Akademisk Afhandling

Om en beqämare inrättning samt ett vidsträktare bruk af Qvadrat- och Rutetalens tabell,

hvilken

med Vidtberömda Filofiska Fakultetens tillstånd

och under Præsidium

af

Mag. CARL JOH. D$^{\underline{S.}}$ HILL,

Prof. i Math.

för

Filosofiska Doktorsgraden

utgifves

af

ANDREAS JOH. SIMONSSON,

Filos. Kand. af Skånska Nationen,

ACAD. LUGD.BAT BIBL.

att offentligen försvaras

å Mathematiska Lärosalen den 22 Juni 1849.

Lund,

tryckt uti Berlingska Boktryckeriet,

1849.

Inledning.

Det har väl så mycket blifvit räknadt i verlden, att mången skulle tycka sig kunna slippa all vidare räkning, om han hade till hands och kunde begagna det arbete, som redan är gjordt. Så långt kan man väl ej bringa det; dock fins det många räkningar, som så ofta återkomna, att man känner sig frestad anteckna resultatet, för att hafva det till hands nästa gång. Många, äfven enklare, räknesätt blifva också ofta så besvärliga, särdeles när större tal förekomma, att man vid dem behöfver biträde eller någon hjelp af redan gjorda räkningar. Sådant är fallet redan med multiplication. Derföre utgaf 1610 Hervart von Hehenburg Tabulæ Arithmeticæ postaphæreseos universales, som i sjelfva verket ej är annat än en tabell öfver producterne af alla tal mindre än 1000, men den intar 1000 sidor i Atlas-folio *), — huru mycket större skulle då ej en multiplications-tabell blifva, som ginge blott till 10000, huru besvärligt, att uppslå producterne i alla dithörande volumerna? och dock skulle en tvekan återstå, att ju i dem åtskilliga tryckfel förefunnos, så att man ej kunde fölita sig med trygghet på dem. — Det är väl sant, att man numera har logarithmiska tabeller, men de vanliga ge ej flera än 5, 6 eller stundom 7 säkra siffror, och de större äro både dyra och deras interpolation er-

---

*) Sednare upplagor af dylika tabeller i mindre format finnas väl åtskillige, men om dem gäller till god del samma anmärkningar, hvarföre de ej vunnit ett allmännare bruk. Af Crelle, Grüson m. fl. utgifne. Callets Table des parties proportionelles ger dock under en sammandragen form de nie enkla multiplerne af alla tal < 10000; sås. $7.43|49 = {303 \atop +1|43} = 30443$.

fordrar just den operation, som man med dem vill undvika, och föröfrigt måste äfven de vara inskränkta till ett visst sifferantal (vanligen 10 eller 14), så att man med dem ej kan räkna huru noga som helst. Deras theori är ej heller så elementär, att deras bruk ännu kunnat allmänt införas i practiska lifvet. Vida bättre är att återföra multiplication (och sedermera alla öfriga Arithmetikens grund-operationer) till det enklare fallet, då factorerne äro lika och producten således ett *qadrattal,* samt till det, då de blott skilja på ett, då den är hvad de gamla kallade ett *proniktal* (num. pronicus eller haltande tal = n. altera parte longior hos Boethius, Heteromekes hos Nicomachus). Det förra kallas *qadrera* (jemna?), det sednare *pronikera* (halta?).

Tabellernas inrättning.

För qadrering behöfver tabellen blott den vanliga *inrättningen* med en ingång från roten x, hvilken dock fördelas i tvänne delar $p + q$, af hvilka den ena p, som slutar på en eller flere nollor ställas i en rad ofvantill, och den andra q i en spalt till vänster, såsom från 1 till 49 på vänstra sidan och från 50 till 99 på högra; men dess qadrattal x^2 (och äfvenså dess rutetal x_1^2 eller $x^2 + x$ eller $x \,.\, (x + 1)$) ställes in i tabellen i raden q samt spalten p. Men för dessa tals bruk till multiplication enligt formlen $a \,.\, b = x^2 — y^2$, der $x = \frac{a+b}{2} = \frac{1}{2} \,.\, c$, och $y = \frac{1}{2} \,.\, (a — b) = \frac{1}{2} \,.\, d$, behöfves ännu en ingång med dubbelt så stort argument $c = 2x$ (eller $d = 2y$), så att man genast ur tabellen kan uttaga qadraten på halfva $c = (\frac{1}{2} \,.\, c)^2$, utan att behöfva först särskildt halfvera c, hvilket skulle göra ett onödigt uppehåll eller en tidspillande omväg. Härtill kommer, att när a och b till 2 äro *oense,* eller det ena udda och det andra jemt, så blir halfva c ej ett helt tal utan $= \zeta + \frac{1}{2}$, samt $\frac{1}{2}\, d = \delta + \frac{1}{2}$, hvarigenom producten $a \,.\, b$ blir $= (\zeta + \frac{1}{2})^2 — (\delta + \frac{1}{2})^2 = (\zeta^2 + \zeta) — (\delta^2 + \delta)$ (eftersom $(\zeta + \frac{1}{2})^2 = \zeta^2 + 2 \,.\, \frac{\zeta}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$), hvarföre man i detta fall ej kan bruka qadrattabellen, (såvida den ej tillika innehåller qadraterne på halfva tal), utan i stället måste bruka

x		p
q	...	x^2

en för hvarje *rutetal* ζ_1^2, som är $= \zeta^2 + \zeta = (\zeta + 1) . \zeta$ = producten af 2:ne närstående tal, under det *qadrattalet* är producten af ett tal med sig sjelf. Derföre, då $\zeta = \frac{1}{2} . (c - 1)$, får denna tabell också en dubbel ingång *) liksom den förra. Denna dubbla inrättning uppfattas lättast genom åskådning af en redan tryckt tabell, till hvilken ända vi kunna begagna dels den af præses i noten som börjar p. 25 af läran om binomiska rötter, (särskildt afdragen), Lund 1844, der x har värdena 1—99, och dels den särskildt härstädes 1847 tryckta tabell öfver qadrat- och rute-tal till alla tal < 1000 samt till deras hälfter. I den förra är $p = 0,10,20, \ldots 90$, samt $q = (0), 1, 2 \ldots 9$ så väl för $x^2 = (p + q)^2$, (= öfra tabellen), som för $x_1^2 = (p + q)_1^2$ (undra tabellen), hvilka tal stå ini tabellen midtunder p samt i raden midtför q. T. ex. om 59^2 begäres, $= (50 + 9)^2$, så står det $(= 3481)$ midtunder 50 (i raden x) samt midtför eller i samma rad som 9 (i spalten under x). Äfvenså finnes $59_1^2 = 59.60$ i undra tabellen $= 3540$ (rakt under 50 och midtför 9). Tillika står ytterst i öfra hörnet $2x$, och i dess rad $(p =)$ 0, 2, 4, ... 18, samt i dess (eller den mäst vänstra) spalt dels $(q =)$,2 ,4 ,6 . . .,8 dels ,0 2, . . .,8 i qadrattabellen, och dels i rutetabellen p än $= 0, 2, 4, .. 18$, än $= 1, 3, 5, \ldots 19$, i samma rad, samt $q = 1, 3, 5, 7, 9$ i samma spalt som $2x$, med komma efter de förra och före de sednare till tecken att dessa tal höra så tillsammans, att $2x$ kan vara t. ex. (14,8 eller) 148 i den förra men (14, +, 9 eller) 149 i den sednare. Mot dessa ingångstal i kanten $(2x = p + q)$ svara inuti tabellen samma qadrat- eller rutetal som mot x; dock om $2x = c$ eller $x = \frac{c}{2}$, så står i de yttre kan-

---

*) Härmed förstå astronomerna till en del något annat, såsom, såvida som x^2 eller x_1^2 beror både af p och af q, är p det ena och q det andra ingångstalet eller argumentet. *Enkel ingång* är egentligen, när bredvid talen x i deras naturliga ordning (1, 2, 3, . . .) stå några deraf beroende tal, t. ex. deras qadrater bredvid i samma ordning, sås. i Barlows new Mathematical Tables, London 1814, (som går till 10000), hvaraf ny stereotyp-edition 1840.

tarne ej precis $2x$ utan $2x + 1$, såsom uttryckande närmare $c = a + b$ eller $d = a - b$, sådane de af räkningen omedelbarligen erhållas, såsom när c eller $d = 119$, så skulle $x = \frac{c}{2} = 59\frac{1}{2}$, och således vid multiplication egentligen rutetalet till 59 eller $59^2_1 = 3540$ användas, hvartill hörde att x skulle tagas $= 59$, samt $2x = 2.59 = 118$, men emot $2x$ står i tabellen $2.59 + 1 = 119$ (eller 11,9), så att genast mot de af $a \pm b$ erhållne 119 står det rutetal 59^2_1, som derföre skall användas (i stället för $\left(\frac{a \pm b}{2}\right)^2$). Genom denna *inrättning* underlättas naturligtvis tabellens bruk ansenligt. Man får dock i andra fall komma ihog att det i tabellen mot $2x = p + q$ utsatta rutetalet ej är $= x^2_1$ utan $= (x - \frac{1}{2})^2_1$, såsom då 3540 hänföres till 119, så är det $= 59^2_1 = \left(\frac{119 - 1}{2}\right)^2_1 = 59.60$. Den andra af nyssnämde tabeller, som går till 1000, har i det hela samma *inrättning*. Den utgör nemligen ett halfark, hvars ena sida innehåller qadraterne på alla hela tal $V < 1000$, hvarje V fördeladt så $(= P + Q)$, att alla hundra (P) stå i raden V, alla enkla tal Q från 1 till 49 i andra spalten V på vänstra sidan, samt de från 50 till 99 i spalten V på den högra, då $V^2 = (P + Q)^2$ finnes ini tabellen midtunder P och midtför Q, såsom $509^2 = (500 + 09)^2 = 259081$. Tillika står ytterst $W = 2V$, så att tabellen med detsamma ger $(\frac{1}{2}W)^2$, utan att man behöfver uträkna $V = \frac{1}{2}.W$; såsom $(\frac{1}{2}1018)^2$ står rakt under 1000 (i raden W) samt midtför 18 (under W), nemligen samma tal 259081. På half-arkets andra sida stå rutetalen V^2_1 eller $(P + Q)^2_1$ midtunder P samt midtför Q, såsom $509^2_1 = 509.510 = (500 + 09)^2_1$ midtunder 500 (i raden V) samt midtför 9 (i spalten Q), nemligen 259590. Tillika står ytterst $W = 2V + 1 = P + Q$, med $P = 00, 200, 400 \ldots 1800$ på vänstra sidan, men $= 100, 300, 500 \ldots 1900$ på högra, samt $Q = 1, 3, 5 \ldots 97, 99$; hvarigenom samma tabell tillika ger rutetalet till $\frac{1}{2}(W - 1) = V^2_1$; såsom till det hela talet uti $\frac{1}{2}.1019 = 259590$.